

# 基于波束空间的米波 MIMO 雷达角度估计算法

刘 俊, 刘 峥, 谢 荣, 刘 韵 佛

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西西安 710071)

**摘 要:** 针对米波多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) 雷达低仰角估计的问题, 提出了一种基于波束空间的角度估计算法. 结合米波 MIMO 雷达低仰角目标的回波特点, 建立了同时考虑发射多径和接收多径的信号模型. 算法首先在接收端形成多个接收波束, 再利用发射信号进行匹配滤波, 然后在接收端形成多个发射波束, 将接收数据由阵元空间映射到波束空间, 最后利用改进的广义多重信号分类算法进行角度估计. 与基于阵元空间的算法相比, 该算法在基本不损失角度估计精度的同时, 大大降低了运算量. 理论分析和仿真结果表明了该算法的优越性.

**关键词:** 多输入多输出雷达; 角度估计; 多径; 波束空间; 广义多重信号分类

**中图分类号:** TN957      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2011) 09-1961-06

## Beam-Space Domain Angle Estimation Algorithm in VHF MIMO Radar

LIU Jun, LIU Zheng, XIE Rong, LIU Yun-fu

(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** A low angle estimation method based on beam-space domain in very high frequency (VHF) multiple-input multiple-output (MIMO) radar is proposed. The multipath signal model for MIMO radar is constructed with both transmitted multipath and received multipath signals being considered. Firstly, some receiving beams are formed. Secondly, a matched filterbank is used to extract the transmitted orthogonal waveform components. Thirdly, some transmitting beams are formed at the receiving side. Thus, the array data is mapped from element space into beam space. Finally, a modified generalized multiple signal classification (MUSIC) algorithm is developed for angle estimation after beam-space pre-processing. Compared with the element-space processing, the proposed algorithm has nearly the same estimation precision and owns lower computational burden. Theoretical analysis and computer simulation results demonstrate the merits of the new algorithm.

**Key words:** multiple-input multiple-output radar; angle estimation; multipath; beam space; generalized multiple signal classification

## 1 引言

米波雷达在反隐身、抗反辐射导弹等方面具有优势, 但由于波长较长, 天线的波束宽度较宽, 造成低仰角目标的直达波与地(海)面反射的多径信号在同一波束宽度范围内叠加. 这组相干信号导致米波雷达测角精度低, 甚至使测角系统完全失效, 从而影响对目标的定位及跟踪<sup>[1-4]</sup>. 对于米波雷达而言, 仅靠增大天线的口径尺寸来降低多径效应影响, 从而提高角度估计精度的方法并不现实. 多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) 雷达具有虚拟孔径扩展的特性, 在抗杂波、抗干扰、低截获、角分辨率等方面性能与传统雷达相比具有明显的优势<sup>[5,6]</sup>. 因此, 将 MIMO 体制应用到米波雷达中将有效的提高系统性能, 而米波 MIMO 雷达低仰角目

标的角度估计问题是实际系统迫切需要解决的难题之一.<sup>[7]</sup>

近年来, 很多学者研究了常规阵列雷达低角跟踪时的角度估计<sup>[1-4]</sup>问题和 MIMO 雷达相干目标的角度估计问题<sup>[8,9]</sup>. 文献[8]考虑了双基 MIMO 雷达中相干目标的情况, 利用接收端形成的虚拟阵列采用空间平滑算法去相干, 然后采用旋转不变子空间算法进行角度估计. 文献[9]利用单基地收发共置的 MIMO 雷达产生的虚拟子阵, 同样采用空间平滑算法进行去相干. 由于 MIMO 雷达在多径环境下需要同时考虑收、发多径信号<sup>[10,11]</sup>, 因此比一般意义下 MIMO 雷达的相干信号要复杂, 这使得文献[8]和[9]中的空间平滑技术不能直接应用于多径环境下 MIMO 雷达角度估计问题. 文献[7]针对一种典型的单基地 MIMO 雷达即综合脉冲孔径雷达

(Synthetic Impulse and Aperture Radar, SIAR), 利用文献[12]提出的广义多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法估计多径情况下的目标角度, 但没有考虑发射多径. 文献[10]同时考虑了发射和接收多径, 提出了一种基于最大似然的 MIMO 雷达低仰角估计算法, 但该算法运算量很大.

本文针对多径下米波 MIMO 雷达的角度估计问题, 首先结合 MIMO 雷达低仰角目标的回波特点, 建立了同时考虑发射多径和接收多径的信号模型, 提出了基于阵元空间的改进的广义 MUSIC 算法, 为了减小运算量, 进一步提出了一种基于波束空间的 MIMO 雷达低仰角估计方法. 本文提出的基于波束空间的 MIMO 雷达低仰角估计方法先后在接收端形成接收波束和发射波束, 然后在波束域中应用改进的广义 MUSIC 算法. 与同类算法相比, 本文提出的波束空间预处理算法可以在基本不损失角度估计精度的情况下大大降低运算量. 理论分析和仿真结果表明了本文算法的有效性.

## 2 MIMO 雷达多径信号模型

不同于发射相干信号的常规雷达, MIMO 雷达不但要考虑接收多径回波信号, 还需要考虑发射多径信号. 本文以单基地的 MIMO 雷达为研究对象, 假设雷达架设在菲涅耳区较为平坦的表面上. 图 1 给出了米波 MIMO 雷达低空目标多径几何模型(不考虑地球曲率), 虚线代表发射多径信号路径, 实线表示接收多径信号路径, 则天线接收的回波信号从发射到接收有四条路径, 即直射-直射, 反射-直射, 直射-反射, 反射-反射<sup>[10,11]</sup>.

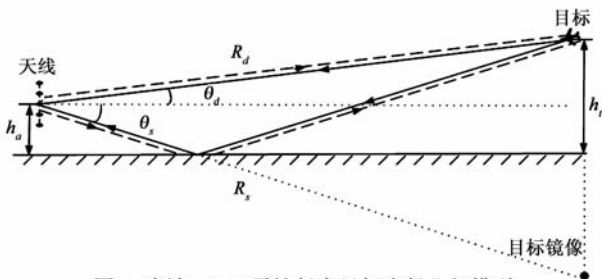


图1 米波MIMO雷达低空目标多径几何模型

不失一般性, 假设 MIMO 雷达发射天线是一个由  $M$  个各向同性的阵元组成的线阵, 收发天线共置, 则接收阵元数目  $N = M$ , 阵列垂直于水平面放置. 如图 1 所示, 天线中心高度为  $h_a$ , 远场目标高度为  $h_t$ , 天线中心和目标间的直线距离为  $R_d$ , 目标回波经过地(海)面反射后到达雷达的多径距离为  $R_s$  ( $R_s \approx R_d$ ),  $\theta_d$  和  $\theta_s$  分别为进入天线的直达波和多径信号的入射角. 设天线法线方向(即水平方向)以上的角度为正, 以下为负.

假设发射信号满足总带宽远小于其中心频率的窄带条件, 第  $m$  个天线发射的信号为:

$$S_{em}(t) = g_m(t) \exp(j2\pi f_0 t + j\varphi_m), \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

其中,  $\varphi_m$  为第  $m$  个天线发射信号的初始相位(不失一般性, 设为零),  $g_m(t)$  为第  $m$  个天线发射信号的复包络, 且各发射信号复包络相互正交,  $f_0$  为发射信号的中心频率.

同时考虑发射多径和接收多径, 将信号混频到基带, 忽略包络时延, 则第  $n$  个接收阵元接收到目标的回波信号为<sup>[10]</sup>:

$$x_n(t) = \mathbf{J} \cdot (a_{r_n}(\theta_d) + \epsilon a_{r_n}(\theta_s)) \cdot (\mathbf{A}_t^T(\theta_d) + \epsilon \mathbf{A}_t^T(\theta_s)) \cdot \mathbf{G}(t) + w_n(t), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中,  $(\cdot)^T$  表示矩阵转置运算;  $\mathbf{J} = \alpha \exp(-j2\pi f_0 \tau_0 + j2\pi f_d t)$ ,  $\alpha$  为目标的散射系数,  $\tau_0$  为参考点对于目标的距离产生的时延,  $f_d$  为目标运动产生的多普勒频移;  $a_{r_n}(\theta) = \exp(-j2\pi d_{r_n} \sin\theta/\lambda)$ ,  $d_{r_n}$  为第  $n$  个接收阵元与阵列参考点间的距离,  $\lambda$  为发射信号载波波长;  $\mathbf{A}_t(\theta) = [a_{t1}(\theta), a_{t2}(\theta), \dots, a_{tM}(\theta)]^T$  为发射阵列导向矢量,  $a_{tm}(\theta) = \exp(-j2\pi d_{tm} \sin\theta/\lambda)$ ,  $d_{tm}$  为第  $m$  个接收阵元与阵列参考点间的距离;  $\epsilon = \rho \exp(-j2\pi \cdot f_0 \Delta\tau)$ ,  $\rho$  为地(海)面反射系数,  $\Delta\tau$  为单程的直达波和反射波的波程差所对应的时延差;  $\mathbf{G}(t) = [g_1(t), g_2(t), \dots, g_M(t)]^T$  为发射阵列信号复包络;  $w_n(t)$  为第  $n$  个接收阵元的背景噪声, 假设它为零均值高斯白噪声, 方差为  $\sigma_w^2$ .

对于 MIMO 雷达而言, 利用发射信号之间的正交性, 第  $n$  个阵接收到的信号经过匹配滤波后可以获得  $M$  个信号, 写成列矢量形式如下:

$$\boldsymbol{\eta}_n = \mathbf{J}\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{A}_t(\theta_d) + \epsilon \mathbf{A}_t(\theta_s))(a_{r_n}(\theta_d) + \epsilon a_{r_n}(\theta_s)) + \mathbf{W}_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

其中  $\boldsymbol{\Phi} = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_m, \dots, s_M)$ ,  $s_m = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{l=1}^L \mathbf{g}_m(lT_s) \cdot \mathbf{g}_m^H(lT_s)$ ,  $T_s$  为采样间隔,  $L$  为发射信号在一个脉冲内的采样长度,  $(\cdot)^H$  表示矩阵共轭转置运算,  $\mathbf{W}_n = [w_{n1}, w_{n2}, \dots, w_{nM}]^T$  是第  $n$  路接收信号中分离出的各信号分量的噪声项,  $w_{nm} = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{l=1}^L w_n(lT_s) \mathbf{g}_m^H(lT_s)$  为第  $n$  路接收信号中第  $m$  个信号分量的噪声. 这里假定所有阵元的发射功率为 1, 则  $s_m = \sqrt{L}$ , 重写式(3)如下:

$$\boldsymbol{\eta}_n = (\mathbf{A}_t(\theta_d) + \epsilon \mathbf{A}_t(\theta_s))(a_{r_n}(\theta_d) + \epsilon a_{r_n}(\theta_s)) s + \mathbf{W}_n \quad (4)$$

式中,  $s = \mathbf{J}\sqrt{L}$ , 则匹配滤波后整个阵列的信号矢量  $\boldsymbol{\eta}$  为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta} &= (\boldsymbol{\eta}_1^T \quad \boldsymbol{\eta}_2^T \quad \dots \quad \boldsymbol{\eta}_N^T)^T \\ &= \left( [\mathbf{A}_t(\theta_d) \mathbf{A}_t(\theta_s)] \begin{bmatrix} 1 \\ \epsilon \end{bmatrix} \right) \\ &\quad \otimes \left( [\mathbf{A}_t(\theta_d) \mathbf{A}_t(\theta_s)] \begin{bmatrix} 1 \\ \epsilon \end{bmatrix} \right) s + \mathbf{W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= ([\mathbf{A}_r(\theta_d) \quad \mathbf{A}_r(\theta_s)] \otimes [\mathbf{A}_t(\theta_d) \quad \mathbf{A}_t(\theta_s)]) \\
&\quad [1 \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon^2]^T \mathbf{s} + \mathbf{W} \\
&= \mathbf{A}\boldsymbol{\beta}\mathbf{s} + \mathbf{W} \quad (5)
\end{aligned}$$

式中,  $\otimes$  为 Kronecker 积,  $\mathbf{A}_r(\theta) = [a_{r1}(\theta), a_{r2}(\theta), \dots, a_{rN}(\theta)]^T$ ,  $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_r(\theta_d) \quad \mathbf{A}_r(\theta_s)] \otimes [\mathbf{A}_t(\theta_d) \quad \mathbf{A}_t(\theta_s)]$ ,  $\boldsymbol{\beta} = [1 \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon^2]^T$ ,  $\mathbf{W} = [\mathbf{W}_1^T, \mathbf{W}_2^T, \dots, \mathbf{W}_N^T]^T$  为零均值的复高斯随机过程, 协方差矩阵为  $\sigma_w^2 \mathbf{I}_{MN}$  [6].

多次脉冲回波处理后, 阵列数据协方差矩阵为:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{\kappa} \sum_{i=1}^{\kappa} \boldsymbol{\eta}^{(i)} (\boldsymbol{\eta}^{(i)})^H = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_w \boldsymbol{\Sigma}_w \mathbf{U}_w^H \quad (6)$$

式中,  $\boldsymbol{\eta}^{(i)}$  表示第  $i$  次目标回波脉冲处理后整个阵列的信号矢量,  $\kappa$  表示快拍数即脉冲数,  $\boldsymbol{\Sigma}_s$  是由  $\hat{\mathbf{R}}$  的  $K$  个大特征值组成的对角阵,  $\boldsymbol{\Sigma}_w$  是由  $MN-K$  个小特征值组成的对角阵, 则  $\mathbf{U}_s \in \mathbb{C}^{MN \times K}$  是由大特征值对应的特征矢量张成的子空间, 而  $\mathbf{U}_w \in \mathbb{C}^{MN \times (MN-K)}$  是由小特征值对应的特征矢量张成的子空间.

### 3 理论分析及算法实现

根据式(4), 不考虑噪声, 第  $n$  个接收阵元与发射阵列构成的虚拟子阵的数据协方差矩阵为

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_n &= \frac{1}{\kappa} \sum_{i=1}^{\kappa} \boldsymbol{\eta}_n^{(i)} (\boldsymbol{\eta}_n^{(i)})^H \\
&= [\mathbf{A}_t(\theta_d) \quad \mathbf{A}_t(\theta_s)] \mathbf{s} \begin{bmatrix} 1 \\ \varepsilon \end{bmatrix} [1 \quad \varepsilon]^* \\
&\quad \cdot \mathbf{s}^H [\mathbf{A}_t(\theta_d) \quad \mathbf{A}_t(\theta_s)]^H \quad (7)
\end{aligned}$$

式中,  $\boldsymbol{\eta}_n^{(i)}$  为第  $i$  次目标回波脉冲处理后第  $n$  个接收阵元得到的信号矢量, 令  $\mathbf{A}_t = [\mathbf{A}_t(\theta_d) \quad \mathbf{A}_t(\theta_s)]$ ,  $\mathbf{R}_\varepsilon = \begin{bmatrix} 1 \\ \varepsilon \end{bmatrix} [1 \quad \varepsilon]^*$ , 则各接收阵元与发射阵列形成的虚拟子阵的空间平滑处理为

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{R}_n = \frac{1}{N} \mathbf{A}_t \mathbf{R}_\varepsilon \mathbf{A}_t^H \sum_{n=1}^N \mathbf{s} \mathbf{s}^H \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{R}_\varepsilon$  的秩为 1, 则  $\mathbf{A}_t \mathbf{R}_\varepsilon \mathbf{A}_t^H$  的秩也为 1, 而  $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{s} \mathbf{s}^H$  是一个标量, 所以式(8)的秩为 1. 同理可以得到各发射阵元与接收阵列形成的虚拟子阵的空间平滑矩阵的秩也为 1. 因此, 文献[8]和[9]中的解相干方法不能用于多径信号, 下面本文首先给出多径情况下一种基于阵元空间的米波 MIMO 雷达角度估计算法, 为了降低运算量, 进一步提出了一种基于波束空间的米波 MIMO 雷达角度估计算法.

#### 3.1 基于阵元空间的米波 MIMO 雷达角度估计算法

由于目标的直达波信号与对应的多径信号是相干的, 对于式(6) 1 个目标的回波信号只对应 1 个大特征值, 则有

$$\mathbf{P}(\mathbf{A}\boldsymbol{\beta}) = 0 \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{P}$  为噪声子空间  $\mathbf{U}_w$  的投影矩阵. 本文提出的基于广义 MUSIC 算法的米波 MIMO 雷达角度估计算法的空间谱函数如下:

$$P_1(\theta_1, \theta_2) = \min_c \left( \frac{\mathbf{c}^H \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \mathbf{c}}{\mathbf{c}^H \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_w \mathbf{U}_w^H \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \mathbf{c}} \right) \quad (10)$$

式中,  $\mathbf{c} = [1 \quad \gamma \quad \gamma \quad \gamma^2]^T$ ,  $\mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) = [\mathbf{A}_r(\theta_1), \mathbf{A}_r(\theta_2)] \otimes [\mathbf{A}_t(\theta_1), \mathbf{A}_t(\theta_2)]$ .  $\gamma$  是未知数, 为了消除它的影响, 将式(10)等效于下面两个式子 [12]:

$$\det \{ \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_w \mathbf{U}_w^H \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) - \xi \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \} = 0 \quad (11)$$

$$P_2(\theta_1, \theta_2) = (\text{式(11)的最小解})^{-1} \quad (12)$$

式(8)中,  $\det \{ \cdot \}$  表示取行列式. 式(11)实际上是一个关于  $\xi$  的四次方程, 根据式(12)搜索  $\xi_{\min}(\theta_1, \theta_2)$  对应的谱峰即可得到  $\theta_d$  和  $\theta_s$ .

由式(11)可以看出, 当且仅当  $\mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_w \mathbf{U}_w^H \cdot \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2)$  奇异时,  $\xi = 0$  恒是式(11)的一个解. 所以, 本文将式(12)的空间谱函数改进为

$$\mathbf{P}_{\text{GMUSIC}}(\theta_1, \theta_2) = \frac{\det \{ \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \}}{\det \{ \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_w \mathbf{U}_w^H \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \}} \quad (13)$$

另外, 在已知目标的距离信息和雷达的高度信息时, 由图 1 的模型可得

$$\theta_s = -\arctan \frac{2h_a + R_d \sin \theta_d}{R_d \cos \theta_d} \quad (14)$$

则, 式(13)的空间谱函数进行一维搜索即可.

#### 3.2 基于波束空间的米波 MIMO 雷达角度估计算法

尽管利用式(14)可以将式(13)简化为一维搜索, 但由于导向矢量的维数为  $MN$ , 当阵元数较多时, 特征分解和角度搜索的计算量仍然很大. 因此, 本文同时提出一种基于波束空间预处理的米波 MIMO 雷达角度估计算法.

由于低仰角估计具有固定的观察区域, 所以特别适于在波束域中处理. 假设观察区域为  $[\theta_{\text{left}}, \theta_{\text{right}}]$ , 对于发射阵列定义如下矩阵 [13]:

$$\mathbf{Q}_t = \int_{\theta_{\text{left}}}^{\theta_{\text{right}}} \mathbf{A}_t(\theta) \mathbf{A}_t^H(\theta) d\theta \quad (15)$$

取  $\mathbf{Q}_t$  的  $B_t$  ( $B_t < M$ ) 个大特征值对应的特征矢量组成  $M \times B_t$  维的矩阵  $\mathbf{T}_t$ , 我们这里称  $\mathbf{T}_t$  为发射波束形成矩阵. 同理, 对于接收阵元可以得到矩阵  $\mathbf{Q}_r$ , 取  $\mathbf{Q}_r$  的  $B_r$  ( $B_r < N$ ) 个大特征值对应的特征矢量组成  $N \times B_r$  维接收波束形成矩阵  $\mathbf{T}_r$ .

对于每个接收阵元接收到的信号, 首先进行接收波束形成, 则得到  $B_r$  个波束的数据,

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{T}_r^H [x_1(t) \quad x_2(t) \cdots x_{N'}(t)]^T \quad (16)$$

与获得式(5)类似,每个波束的数据经过发射信号匹配滤波后同样可以获得  $M$  个信号,则

$$\mathbf{Y} = ([\mathbf{T}_r^H \mathbf{A}_r(\theta_d), \mathbf{T}_r^H \mathbf{A}_r(\theta_s)] \otimes [\mathbf{A}_t(\theta_d), \mathbf{A}_t(\theta_s)]) \boldsymbol{\beta}_s + \mathbf{W} \quad (17)$$

式中,  $\mathbf{W}$  为噪声分量. 然后在接收端形成发射波束,即对式(17)做如下运算:

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{I}_{B_t} \otimes \mathbf{T}_t^H) \mathbf{Y} = ([\mathbf{T}_r^H \mathbf{A}_r(\theta_d), \mathbf{T}_r^H \mathbf{A}_r(\theta_s)] \otimes [\mathbf{T}_t^H \mathbf{A}_t(\theta_d), \mathbf{T}_t^H \mathbf{A}_t(\theta_s)]) \boldsymbol{\beta}_s + \mathbf{V} \quad (18)$$

式中,噪声分量  $\mathbf{V} = (\mathbf{T}_r^H \otimes \mathbf{T}_t^H) \mathbf{W}$ . 由于  $\mathbf{T}_t^H \mathbf{T}_t = \mathbf{I}_{B_t}$  和  $\mathbf{T}_r^H \mathbf{T}_r = \mathbf{I}_{B_r}$ , 则  $\mathbf{V}$  仍然是一个零均值的复高斯随机过程, 协方差矩阵为  $\sigma_w^2 \mathbf{I}_{B_t B_r}$ .

多次脉冲回波经波束空间预处理后的数据协方差矩阵为

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{BS}} = \frac{1}{\kappa} \sum_{i=1}^{\kappa} \mathbf{Z}^{(i)} (\mathbf{Z}^{(i)})^H = \mathbf{U}_z \boldsymbol{\Sigma}_z \mathbf{U}_z^H + \mathbf{U}_v \boldsymbol{\Sigma}_v \mathbf{U}_v^H \quad (19)$$

式中,  $\mathbf{Z}^{(i)}$  为第  $i$  次目标回波脉冲经波束空间预处理后整个阵列的信号矢量,  $\boldsymbol{\Sigma}_z$  是由  $\hat{\mathbf{R}}_{\text{BS}}$  的  $K$  个大特征值组成的对角阵,  $\boldsymbol{\Sigma}_v$  是由  $B_t B_r - K$  个小特征值组成的对角阵, 则  $\mathbf{U}_z \in C^{B_t B_r \times K}$  是由大特征值对应的特征矢量张成的子空间, 而  $\mathbf{U}_v \in C^{B_t B_r \times (B_t B_r - K)}$  是由小特征值对应的特征矢量张成的子空间. 通过波束空间预处理, 将  $MN \times MN$  维的协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}$  转化为一个  $B_t B_r \times B_t B_r$  维的协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_{\text{BS}}$ , 这将极大地降低运算量.

与式(9)同理, 有

$$\mathbf{P}' (\mathbf{A}' \boldsymbol{\beta}) = 0 \quad (20)$$

式中,  $\mathbf{P}'$  为式(19)特征分解后获得的噪声子空间  $\mathbf{U}_v$  的投影矩阵,  $\mathbf{A}' = [\mathbf{T}_r^H \mathbf{A}_r(\theta_d), \mathbf{T}_r^H \mathbf{A}_r(\theta_s)] \otimes [\mathbf{T}_t^H \mathbf{A}_t(\theta_d), \mathbf{T}_t^H \mathbf{A}_t(\theta_s)]$ . 与式(13)同理, 我们可以类似的得到基于波束空间的 MIMO 雷达空间谱函数:

$$P_{\text{BS}}(\theta_1, \theta_2) = \frac{\det\{\mathbf{A}'^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{A}'(\theta_1, \theta_2)\}}{\det\{\mathbf{A}'^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_v \mathbf{U}_v^H \mathbf{A}'(\theta_1, \theta_2)\}} \quad (21)$$

式中

$$\mathbf{A}'(\theta_1, \theta_2) = [\mathbf{T}_r^H \mathbf{A}_r(\theta_1), \mathbf{T}_r^H \mathbf{A}_r(\theta_2)] \otimes [\mathbf{T}_t^H \mathbf{A}_t(\theta_1), \mathbf{T}_t^H \mathbf{A}_t(\theta_2)],$$

而且仍然可以利用式(14)将式(21)简化为一维角度搜索.

### 4 运算量分析

为了方便起见,我们将采用式(13)的阵元空间算法记为算法 1, 采用式(21)的波束空间预处理算法记为算法 2. 另外, 虽然文献[10]给出的公式为单快拍的情况, 但多快拍情况下最大似然算法仍然成立, 本文将其记为算法 3. 不失一般性, 分析单目标情况下三种算法的运算量. 算法 1 的运算量主要集中在  $MN \times MN$  维协方

差矩阵的估计和特征值分解以及谱函数的计算, 其运算量(次复乘)约为  $O\{\kappa M^2 N^2 + M^3 N^3 + \mu(8M^2 N^2 + 24MN + 147)\}$ ,  $\mu$  为角度搜索次数; 由于算法 2 中的波束形成矩阵可以事先计算并存储在存储器中, 使用时直接读取即可, 因此算法 2 的运算量主要集中在  $B_t B_r \times B_t B_r$  维协方差矩阵的估计、协方差矩阵的特征值分解以及谱函数的计算, 其运算量约为  $O\{\kappa B_t^2 B_r^2 + B_t^3 B_r^3 + \mu(8B_t^2 B_r^2 + 24B_t B_r + 4B_t B_r MN + 147)\}$ . 算法 3 的运算量主要集中在协方差矩阵的估计以及最大似然函数的计算上, 其运算量约为  $O\{\kappa M^2 N^2 + \mu(M^3 N^3 + 4M^2 N^2 + 32MN + 64)\}$ . 假设  $M = N = 8$ ,  $B_t = B_r = 3$ ,  $\kappa = 64$  和  $\mu = 120$ , 算法 1 约需要  $4.66 \times 10^6$  次复乘, 算法 2 约需要  $4.04 \times 10^5$  次复乘, 算法 3 约需要  $3.40 \times 10^7$  次复乘. 显然, 在一般情况下, 算法 2 的运算量要远小于算法 1 和算法 3.

### 5 仿真结果与性能分析

为了验证本文算法的有效性和角度估计性能, 进行如下的仿真. 采用图 1 所示的 MIMO 雷达低仰角目标多径几何模型, 雷达天线架高  $h_a = 100\text{m}$ , 收发天线共置, 阵元个数  $M = N = 8$ , 阵元间隔  $\lambda/2$ , 天线中心频率  $f_0 = 150\text{MHz}$ , 发射脉冲数为 64. 本文算法无需已知表面反射系数, 不失一般性假设表面反射系数  $\rho = 0.9 \exp(j\pi)$ .

对于波束空间预处理算法, 波束个数的确定直接影响算法的性能, 因此我们首先确定上述阵列所需的最佳波束个数. 由于考虑的是低仰角时的角度测量, 因此假设式(14)中  $\theta_{\text{left}} = -6^\circ$  和  $\theta_{\text{right}} = 6^\circ$ . 图 2(a) 为选择不

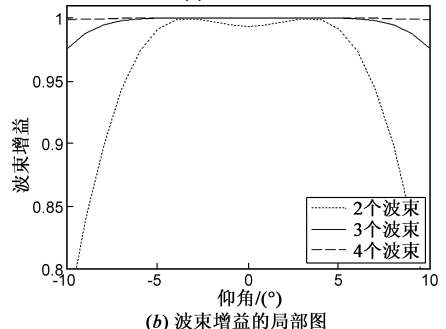
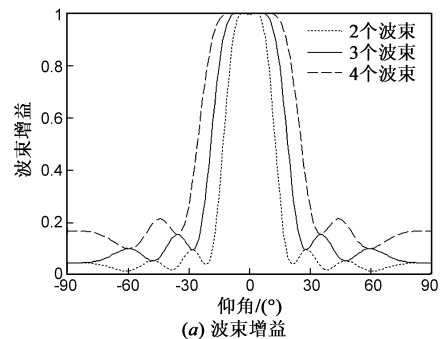


图2 选择不同波束个数对应的波束增益

同波束个数时,阵列的波束增益<sup>[13]</sup>;图 2(b)为图 2(a)的局部放大图.从图 2(a)和(b)可以看出,形成 3 个以上的波束时,在选定的角度范围内可以获得近似相等的波束增益.

图 3 为选择不同收发波束个数的情况下,利用算法 2 得到的角度估计均方根误差随信噪比变化的曲线.本文仿真结果均由 200 次 Monte Carlo 实验结果统计得到.这里定义角度估计值的均方根误差为  $\delta_{\text{RMSE}} = \sqrt{\left(\sum_{q=1}^{200} |\hat{\theta}_q - \theta_d|^2\right) / 200}$ ,  $\hat{\theta}_q$  为第  $q$  次实验得到的估计值.假设目标距天线阵中心的距离  $R_d = 100\text{km}$ , 目标高度  $h_t = 3580\text{m}$ , 则  $\theta_d \approx 1.99^\circ$ ,  $\theta_s \approx -2.11^\circ$ . 从图 3 中可以看出,  $\delta_{\text{RMSE}}(B_t = 2, B_r = 3) \approx \delta_{\text{RMSE}}(B_t = 2, B_r = 4) \approx \delta_{\text{RMSE}}(B_t = 3, B_r = 2) \geq \delta_{\text{RMSE}}(B_t = 3, B_r = 3) \approx \delta_{\text{RMSE}}(B_t = 4, B_r = 4)$ ; 当  $B_t = 3, B_r = 3$  时已可以获得较佳的测角性能,且再增加波束个数对测角性能的改善并不大.因此,下面的仿真中算法 2 采用  $B_t = 3, B_r = 3$ .

图 4 为分别采用算法 1、算法 2 和算法 3 获得的角度估计均方根误差随信噪比变化的曲线.目标参数与图 3 中的相同.文献[14]证明了常规阵列雷达下广义 MUSIC 和最大似然算法对于相干信号具有相同的估计性能,从图 4 中可以看出,在 MIMO 雷达中算法 1 和算法 3 的估计性能也基本相同.从图 4 中还可以看出,在合理选择“收发波束”个数的情况下,算法 2 可以获得与算法 1 和算法 3 基本相同的角度估计精度,而算法 2 的运算量比算法 1 和算法 3 都要小的多.

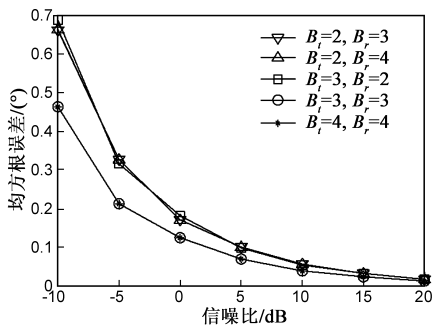


图3 选择不同的波束个数对应的角度估计均方根误差

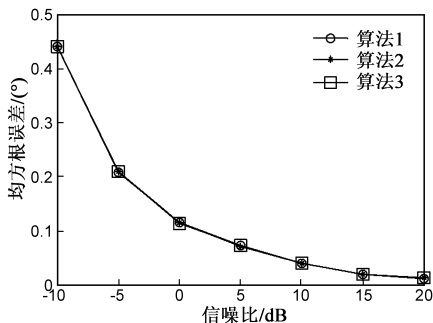


图4 三种算法获得的角度估计均方根误差

## 6 结论

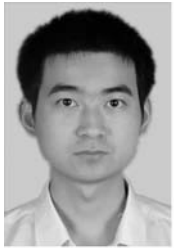
本文针对多径反射严重影响米波 MIMO 雷达角度估计的问题,结合 MIMO 雷达低仰角目标的回波特点,建立了同时考虑发射多径和接收多径的信号模型,首先提出了基于阵元空间的改进的广义 MUSIC 算法,为了减小运算量,进一步提出了一种基于波束空间的米波 MIMO 雷达低仰角估计算法.波束空间预处理的算法将接收数据由阵元空间映射到波束空间,降低了阵列处理的维数.与同类算法相比,本文提出的波束空间预处理算法在保证米波 MIMO 雷达低仰角估计性能的基础上,大大减少了运算量,利于工程实时处理.另外,本文提出的波束空间预处理的思路也可以应用于 MIMO 雷达的其他角度估计算法中.

## 参考文献

- [1] 吴向东,张守宏,董玫.一种基于线性预处理的米波雷达低仰角处理算法[J].电子学报,2006,34(9):1668-1671.  
WU Xiang-dong, ZHANG Shou-hong, DONG Mei. An algorithm based on linear preprocessing for meter-wave radar to a target at low altitude[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(9): 1668-1671. (in Chinese)
- [2] 赵永波,张守宏.雷达低角跟踪环境下的最大似然波束方向估计方法[J].电子学报,2004,32(9):1520-1523.  
ZHAO Yong-bo, ZHANG Shou-hong. Maximum likelihood DOA estimation in radar low-angle tracking environment[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(9): 1520-1523. (in Chinese)
- [3] 胡晓琴,陈建文,王永良.米波雷达测高多径模型研究[J].电波科学学报,2008,23(4):651-657.  
HU Xiao-qin, CHEN Jian-wen, WANG Yong-liang. Research on meter-wave radar height-finding multipath model[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2008, 23(4): 651-657. (in Chinese)
- [4] Zhang Y F, Ye Z F, and Liu C. Estimation of fading coefficients in the presence of multipath propagation[J]. IEEE Trans, 2009, 57(7): 2220-2224.
- [5] Lehmann N H, Fishler E, Haimovich A M, et al. Evaluation of transmit diversity in MIMO-radar direction finding[J]. IEEE Trans, 2007, 55(5): 2215-2225.
- [6] Bekkerman I and Tabrikian J. Target detection and localization using MIMO radars and sonars[J]. IEEE Trans, 2006, 54(10): 3873-3883.
- [7] Zhao GuangHui, Chen BaiXiao, Zhu ShouPing. Direction synthesis in DOA estimation for monostatic multiple input multiple output (MIMO) radar based synthetic impulse and aperture radar (SIAR) and its performance analyse[J]. Science in China Series E: Technological Sciences, 2008, 51(5): 656-673.

- [8] Zhang Yongshun, Guo Yiduo; Niu Xinliang, et al. Angle estimation of coherent multi-target for MIMO bistatic radar[A]. Proc of 2010 International Conference on Image Analysis and Signal Processing[C]. USA: IEEE, 2010. 146 – 149.
- [9] Zhang Juan, Zhang Linrang, Liu Nan. An efficient DOA estimation algorithm of coherent sources for MIMO radar[A]. Proc of 2009 IET International Radar Conference [C]. UK: IET, 2009.
- [10] 吴向东, 赵永波, 张守宏, 等. 一种 MIMO 雷达低角跟踪环境下的波达方向估计新方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2008, 35(5): 793 – 798.  
WU Xiang-dong, ZHAO Yong-bo, ZHANG Shou-hong, et al. New method for DOA estimation for the MIMO radar in low-angle tracking environment[J]. Journal of Xidian University, 2008, 35(5): 793 – 798. (in Chinese)
- [11] Sen S, and Nehorai A. OFDM MIMO radar with mutual-Information waveform design for low-grazing angle tracking[J]. IEEE Trans, 2010, 58(6): 3152 – 3162.
- [12] Zoltowski M, Haber F. A vector space approach to direction finding in a coherent multipath environment[J]. IEEE Trans, 1986, 34(9): 1069 – 1079.
- [13] Xu X L, and Buckley K M. A comparison of element and beam space spatial-spectrum estimation for multiple source clusters[A]. Proc of 1990 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing[C]. USA: IEEE, 1990. 5: 2643 – 2646.
- [14] Choi Y H. Alternating minimisation approach to generalised MUSIC and its performance[J]. IEE Radar Sonar and Navigation, 2002, 149(2): 97 – 101.

### 作者简介



刘俊男, 1983年11月出生于江西省新干县. 现在西安电子科技大学攻读博士学位, 研究方向为米波雷达测高方法及阵列信号处理.

Email: emailofjim@163.com



谢荣男, 1982年2月出生于浙江省温州市. 现在西安电子科技大学攻读博士学位, 研究方向为 MIMO 雷达信号处理方法.

Email: rxie@mail.xidian.edu.cn



刘峥男, 1964年9月出生于陕西省兴平县. 现为西安电子科技大学教授, 博士生导师, 研究方向包括雷达信号处理的理论与系统设计、雷达精确制导技术、多传感器信息融合.

Email: lz@xidian.edu.cn



刘韵佛男, 1982年8月出生. 现在西安电子科技大学攻读博士学位, 研究方向为雷达波形设计及阵列信号处理.

Email: minstrel\_alf@yahoo.com